

Interpolação para volumes de atributos da água utilizando o algoritmo *spline* regularizada com tensão

Eugênio Pacelli Fernandes Leite¹
Juliana Cláudia Bezerra Campos¹

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba- IFPB
Rua 1º de Maio, 720, Jaguaribe 58015-430 - João Pessoa, PB - Brasil
eugeniofleite@gmail.com; julianaifpb@gmail.com

Abstract. The improper disposal of wastewater, as well as its inadequate or deficient treatment, is some of the biggest environmental problems, contributing to the deterioration of aquatic ecosystems. Knowledge of the characteristics of water bodies by monitoring indicators of attributes is required. The use of models to predict possible, especially in the case of volumes, the observation of the behavior of the attribute under study, identifying sectors where potential problems of water pollution, are more present. Lago of Cinco Fontes, located in Parque Zoobotânico Arruda Câmara in João Pessoa -PB, results from springs and the contribution of effluent from the surrounding population. The aim of this study was to obtain volume of the attributes of water, alkalinity, conductivity, and turbidity, whose spatial interpolation procedure was validated, enabling the analysis of spatial attributes. 18 points for collecting samples, collected at the surface where 9 and 9 in depth were established. To obtain voxel volumes and representation used the *spline* algorithm implemented in the rectified voltage with SIG GRASS and *software* Vis5D. The validation was conducted with the aid of AIC, EQM and R² statistics where voltages 40, 10, 3 and 1 and smoothed 0,1 and 0,5, where the volume of attributes sections were obtained were used which reproduced surfaces tension 1 and 3 and smoothing 0,1 and 0,5. The methodology is presented as a strategy for the monitoring of Lago of Cinco Fontes tool.

Palavras-chave: Effluents, indicators, validation, smoothing, efluentes, indicadores, validação, suavização.

1. Introdução

O aumento das impurezas nos corpos hídricos tem como principal motivo, a disposição incorreta dos efluentes líquidos, assim como o seu tratamento inadequado ou deficiente, e contribui para a deterioração dos ecossistemas aquáticos. Entretanto, quando a qualidade da água encontra-se fora da condição natural, é possível verificar a intensidade dos danos ao ambiente aquático, a partir da análise de alguns indicadores (VON SPERLING, 2005), uma vez que, o uso de indicadores para a análise de qualidade da água é uma tentativa de monitoramento de águas superficiais que prevê como forma de acompanhar, através de informações resumidas, a possível deterioração dos recursos hídricos ao longo do tempo (TOLEDO et al. 2002). A alcalinidade, medida que indica a capacidade que a água apresenta para neutralizar os ácidos presentes, ou seja, os íons H⁺ (ou de captar prótons). De acordo com Nuvolari et al. (2003), é responsável pela manutenção dos valores de pH, próximo de 7,0 nas águas naturais, podendo ser considerado como fator positivo, pois a maioria dos seres aquáticos se adapta melhor a um valor de pH neutro. Moraes (2008), afirma que, a medida da condutividade, indica a quantidade de sais existentes na coluna d'água, e, portanto, representa uma medida indireta da concentração de poluentes. Em geral, níveis superiores a 100 µS/cm, indicam ambientes impactados. Já um alto grau de turbidez na água, pode representar diminuição da atividade fotossintética em determinado corpo hídrico e influenciar na dinâmica das comunidades aquáticas ali existentes, como afirma Bukata et al. (1995), que uma elevação dessa variável pode causar modificações nos ciclos biodinâmicos, interferindo na velocidade e intensidade da ação fotossintética.

A utilização de modelos de predição de atributos relacionados à água possibilita, em especial no caso de volumes, a observação do comportamento de determinado atributo em estudo, identificando, no corpo hídrico, setores onde possíveis problemas de poluição hídrica estão presentes e quais as implicações tal dano pode ter ao ambiente. Uma forma de apresentar o comportamento de determinado atributo, pode ser através de procedimentos de

interpolação espacial, que pode estimar valores de locais não amostrados, baseando-se em valores de dados observados em locais conhecidos (ALVES et al. 2012).

O uso de geotecnologias, como os sistemas de informações geográficas, juntamente com algoritmos de interpolação espacial, pode potencializar a visualização de cenários e tendências relacionadas aos usos múltiplos, e aos conflitos gerados pelo desequilíbrio na qualidade das águas superficiais (MAIA, et al. 2008). O objetivo do trabalho foi obter o volume dos atributos alcalinidade, condutividade e turbidez, cujo procedimento de interpolação espacial foi validado para possibilitar a análise espacial dos atributos em estudo.

2. Metodologia de Trabalho

Interpolação espacial para volumes

A predição, a partir de dados amostrais, de superfície ou volume contínuo de indicadores da qualidade da água, foi realizada através de procedimentos de interpolação espacial. Foi utilizado o algoritmo *Spline* Regularizado com Tensão - RST (Mitasova e Mitas, 1993; Mitasova et al. 1995), implementado no SIG GRASS - *Geographic Resources Analysis Support System* (GRASS Development Team, 2011) nos procedimentos de interpolação. O algoritmo *spline*, corresponde a uma Função de Base Radial, com condição de minimização dos desvios entre valores observados e calculados, ao mesmo tempo, em que promove a suavização da superfície obtida (LEITE, 2007). A equação 1 apresenta a síntese da evolução do método supracitado, pode ser vista a seguir (CEBECAUER et al., 2007; SÁRKÖZY, 1999) em que, inicialmente, a condição de mínimos desvios é encontrada por (WAHBA, 1990) (Equação 1):

$$\sum_{j=1}^N |p^{[j]} - S(x^{[j]})|^2 w_j + w_0 I(S) = \text{mínimo} \quad (1)$$

Em que $p^{[j]}$ são valores observados e que estão discretizados em pontos x , de posições $x^{[j]} = (x_1^{[j]}, x_2^{[j]})$ com $j = 1, \dots, N$ em uma região bi-dimensional do espaço; w_j e w_0 são ponderações positivas e $I(S)$ é a medida da suavização (*smoothing*). Para $w_j / w_0 = 0$, a função $S(x)$ passa exatamente pelo valor observado. Nesse caso o método de interpolação seria exato.

A solução geral do problema de minimização, a partir da equação 1, pode ser expressa como a soma de dois componentes (TALMI e GILAT, 1977) (Equação 2):

$$S(x) = T(x) + \sum_{j=1}^N \lambda_j R(x, x^{[j]}) \quad (2)$$

onde $T(x)$ é uma componente de tendência e $R(x, x^{[j]})$ é uma função de base radial que depende de $I(S)$. A função RST definida na equação 2 tem a forma conforme abaixo (MITASOVA et al., 1995) (Equação 3):

$$S(x) = a_1 + \sum_{j=1}^N \lambda_j \{ - [E_1(\rho) + \ln \rho + C_E] \} \quad (3)$$

onde, $a_1 = T(x) = \text{constante}$; $\rho = (\phi r/2)^2$; $r_j^2 = \sum_{j=1}^d (x - x^{[j]})^2$ é a distância ao quadrado, C_E

corresponde a constante de Euler (0,577215); $E_1(.)$ é uma função exponencial integral (ABRAMOWITZ e STEGUN, 1964) e ϕ é um parâmetro generalizado de tensão.

Foram utilizados 40, 10, 3 e 1 de tensão e 0,1 e 0,5 de suavização, para estimar volumes dos atributos, constantes no método *Spline* com Tensão Regularizada (MITASOVA et al. 1995). Para a observação das seções transversais e longitudinais foi utilizado o *software* Vis5D (<http://www.ssec.wisc.edu/~billh/vis5d.html>).

Validação dos procedimentos de interpolação espacial

A validação foi realizada para minimizar erros na predição dos atributos em estudo, a primeira foi a validação cruzada, que avaliou erros de estimativas e comparou valores estimados e observados, tendo como informação a amostra de dados como afirma Isaaks e Srivastava, 1989. Com base nos resultados, foram realizadas as estatísticas, AIC - Critério de Informação de Akaike, desenvolvido por Hirotugu Akaike sob o nome de “um critério de informação” em 1971 e proposto em Akaike (1974), que avalia a qualidade do ajuste do modelo paramétrico, estimado pelo método da máxima verossimilhança (EMILIANO, 2009). É calculado pela expressão apresentada a seguir (Equação 4):

$$AIC = -2\ell(\theta) + 2k \quad (4)$$

onde $\ell(\theta)$ é a Verossimilhança Maximizada do modelo candidato e K é o número de parâmetros deste modelo. O menor valor estimado para o AIC indica o modelo mais apropriado para representar o conjunto de dados em análise (LEITE et al., 2007). O EQM – Erro Quadrático Médio, estatística com vasta utilização devido ao fato de poder ser utilizado como estimativa da variância dos desvios de estimação, se a média dos desvios é nula, calculado a seguir (Equação 5):

$$EQM = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[Z_{x_i} - \hat{Z}_{x_i} \right]^2 \quad (5)$$

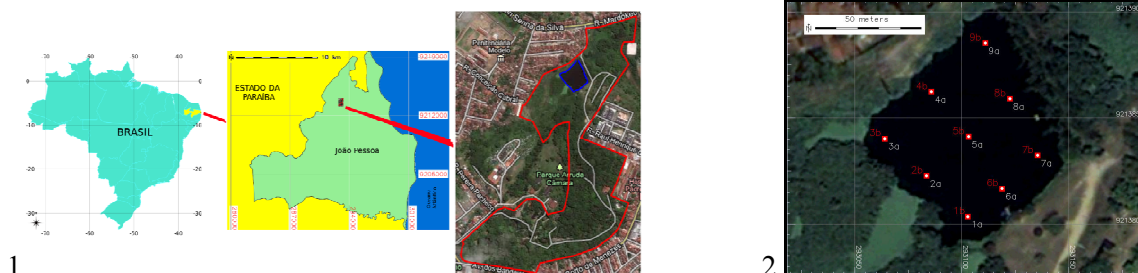
onde Z_{x_i} é o valor observado de Z para a posição x_i e \hat{Z}_{x_i} é o valor calculado para a mesma posição. O menor valor do EQM corresponde ao modelo de melhor aproximação dos valores estimados com os valores observados. O Coeficiente de Determinação R^2 , que representa a qualidade do ajuste do modelo linear estabelecido, no caso, entre valores preditos e observados, em cada uma das condições de obtenção das superfícies interpoladas. Segundo Barbeta et al. (2004), calculado segundo a equação (Equação 6):

$$R^2 = \frac{\sum \left(\hat{Z}_{x_i} - \bar{Z} \right)}{\sum \left(Z_{x_i} - \bar{Z} \right)} \quad (6)$$

quanto mais próximo da unidade encontrar-se o R^2 , melhor ajuste apresenta o modelo em análise. As estatísticas foram realizadas no sistema estatístico gráfico e computacional R, (R Core Team (2013). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Áustria. (<http://www.R-project.org/>).

Área de estudo

O Lago das Cinco Fontes, está localizado no Parque Zoobotânico Arruda Câmara (PZAC), em João Pessoa-PB, entre as coordenadas este 292670 e 293330 E e coordenadas norte 9213107 e 9214100 N. Para a coleta foram definidos 18 pontos, nove à superfície e, em mesmas posições, nove em locais submersos, com profundidades que variaram entre 1,1m até no máximo 1,9m da superfície (Figuras 1 e 2).



Figuras 1 e 2 - Localização do Lago das Cinco Fontes (■), e pontos de coleta, nove na superfície do lago (a) e nove em profundidade (b).

Foram realizadas três coletas nos dias 29/02, 23/03 e 17/04 de 2012, entre às 09h00min e 10h00min, observando a metodologia do Manual Prático de Análise de Água da Fundação Nacional de Saúde - (FUNASA, 2009). Os pontos foram georreferenciados com GPS de navegação. No Quadro 1, estão relacionados os atributos da qualidade da água analisados.

Quadro 1 – Atributos indicadores da qualidade da água e métodos utilizados

INDICADOR	MÉTODO UTILIZADO
Alcalinidade	Golterman et al., 1978.
Condutividade	Eletrônico realizado com Condutivímetro MA - 895 Instrutherm.
Turbidez	Eletrônico realizado através do Turbidímetro Digital Microprocessado DL 350 Dellab.

As análises foram realizadas nos laboratórios de Águas de Meio Ambiente do IFPB, João Pessoa, e a partir dos resultados, foram realizados os procedimentos estatísticos, que subsidiaram as interpolações espaciais posteriormente.

3. Resultados e Discussão

A seguir, encontram-se os resultados das estatísticas AIC, EQM e R^2 , calculadas conforme a metodologia apresentada.

Tabela 1. Parâmetros de entrada para interpolação, AIC, EQM e R^2 dos desvios da coleta do dia 29/02

TENSÃO E SUAVIZAÇÃO	ALCALINIDADE			CONDUTIVIDADE			TURBIDEZ		
	AIC	EQM	R^2	AIC	EQM	R^2	AIC	EQM	R^2
40t e 0,1s	102.910	0,0748	0,544	154.649	0,1386	0,644	42.121	0,0382	0,493
40t e 0,5s	102.763	0,0372	0,535	151.472	0,0624	0,677	42.270	0,0182	0,461
10t e 0,1s	104.299	0,0117	0,542	158.723	0,0205	0,602	44.062	0,0063	0,509
10t e 0,5s	101.898	0,0085	0,560	153.328	0,0008	0,659	41.903	0,0029	0,494
3t e 0,1s	103.612	0,0044	0,562	157.642	0,0088	0,609	43.740	0,0002	0,504
3t e 0,5s	101.224	0,0170	0,582	151.615	0,0499	0,668	42.394	0,0014	0,474
1t e 0,1s	100.428	0,0708	0,629	149.861	0,0937	0,661	43.855	0,0168	0,453
1t e 0,5s	100.274	0,0496	0,591	147.281	0,1636	0,699	43.463	0,0089	0,461

Tabela 2. Parâmetros de entrada para interpolação, AIC, EQM e R^2 dos desvios da coleta do dia 23/03

TENSÃO E SUAVIZAÇÃO	ALCALINIDADE			CONDUTIVIDADE			TURBIDEZ		
	AIC	EQM	R^2	AIC	EQM	R^2	AIC	EQM	R^2
40t e 0,1s	115.065	0,0670	0,370	134.035	0,0799	0,463	18.185	0,0068	0,217
40t e 0,5s	112.856	0,0309	0,411	130.704	0,0371	0,526	14.929	0,0030	0,248
10t e 0,1s	118.199	0,0107	0,311	137.463	0,0117	0,400	22.579	0,0121	0,175
10t e 0,5s	114.076	0,0023	0,383	132.364	0,0011	0,493	17.307	0,0052	0,222
3t e 0,1s	117.518	0,0026	0,323	136.747	0,0035	0,411	21.298	0,0092	0,192
3t e 0,5s	113.640	0,0156	0,398	131.356	0,0243	0,510	15.254	0,0040	0,248
1t e 0,1s	114.202	0,0693	0,391	130.974	0,1461	0,508	13.028	0,0031	0,289
1t e 0,5s	113.111	0,0619	0,417	128.825	0,1304	0,551	10.475	0,0004	0,312

Tabela 3. Parâmetros de entrada para interpolação, AIC, EQM e R^2 dos desvios da coleta do dia 17/04

TENSÃO E SUAVIZAÇÃO	ALCALINIDADE			CONDUTIVIDADE			TURBIDEZ		
	AIC	EQM	R^2	AIC	EQM	R^2	AIC	EQM	R^2
40t e 0,1s	93.809	0,0566	0,654	161.688	0,0188	0,453	33.333	0,0027	0,543
40t e 0,5s	94.166	0,0282	0,637	160.191	0,0129	0,466	29.220	0,0013	0,614
10t e 0,1s	95.104	0,0091	0,645	164.106	0,0062	0,420	37.061	0,0003	0,478
10t e 0,5s	93.232	0,0067	0,651	160.699	0,0121	0,460	31.468	0,0001	0,576
3t e 0,1s	94.608	0,0026	0,641	163.255	0,0097	0,432	36.195	0,0002	0,491
3t e 0,5s	92.595	0,0102	0,642	159.926	0,0433	0,469	30.179	0,0003	0,598
1t e 0,1s	91.625	0,0022	0,628	158.202	0,0604	0,495	30.195	0,0024	0,600
1t e 0,5s	91.805	0,0215	0,630	160.772	0,1171	0,448	26.634	0,0038	0,661

O AIC, EQM e R^2 foram estabelecidos a partir de um modelo linear, ajustado entre os dados observados e valores preditos em cada seção, onde, para cada tensão e suavização,

foram calculados valores das estatísticas e, a partir da seleção dos menores AIC e EQM, e maior R^2 , foram estabelecidos resultados para obtenção das seções, com base na suavização de cada superfície. A seguir são apresentadas seções de volume a 1 m de profundidade e representações voxel, com valores de tensão e suavização para os valores preditos de alcalinidade, condutividade e turbidez.

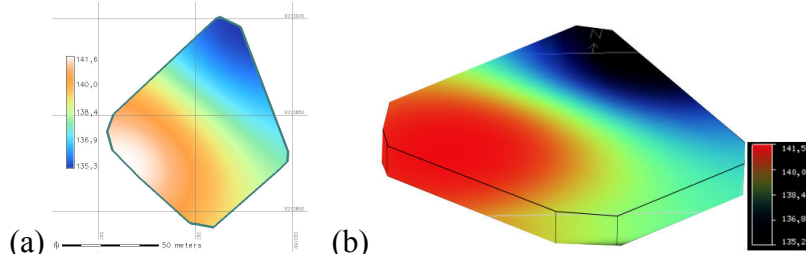


Figura 3. Seção do volume a 1 m de profundidade (a) e representação voxel (b) de valores preditos da alcalinidade no Lago na coleta de 29/02, com tensão 1 e suavização 0,5

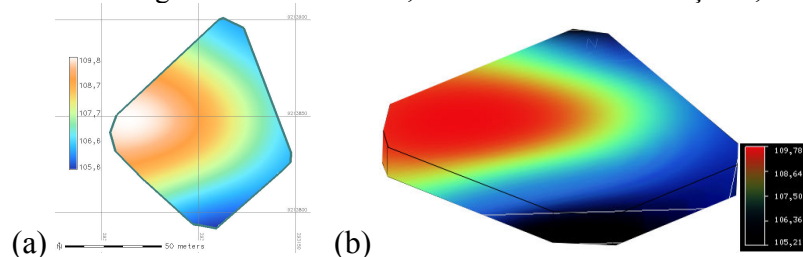


Figura 4. Seção do volume a 1 m de profundidade (a) e representação voxel (b) de valores preditos da alcalinidade no Lago na coleta de 23/03, com tensão 1 e suavização 0,5

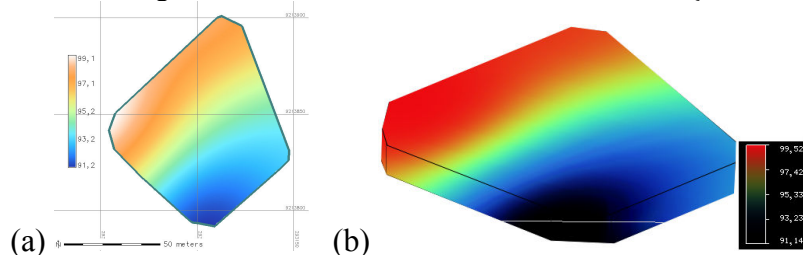


Figura 5. Seção do volume a 1 m de profundidade (a) e representação voxel (b) de valores preditos da alcalinidade no Lago na coleta de 17/04, com tensão 1 e suavização 0,1

As seções de 29/02, com AIC 100.274 e R^2 0,591, tensão 1 e suavização 0,5 apresentaram melhor suavização (Figura 3). Observa-se maior concentração de alcalinidade na parte sul e em direção ao lado oeste do lago, com valores entre 135,3 mg/L e 141,6 mg/L. As maiores concentrações estavam na região que recebe efluentes da comunidade do entorno. Para a seção da coleta de 23/03, de AIC 112.856, EQM 0,0023 e R^2 0,417, de tensão 40 e suavização 0,5, a superfície não ficou suavizada, então, foram selecionados tensão 1 e suavização 0,5 com AIC 113.111 e R^2 0,417, onde visualiza-se maior concentração de alcalinidade desde o centro do lago e em direção a parte oeste, com valores entre 105,6 mg/L a 109,8 mg/L. Já, as menores concentrações migraram, da porção norte, estendendo-se pela parte leste até a porção sul do lago (Figura 4). Para a coleta de 17/04, os valores de alcalinidade entre 91,2 mg/L a 99,1 mg/L, e estiveram abaixo dos observados na coleta anterior e as seções com AIC 91.625 e EQM 0,0022, tensão 1 e suavização 0,1, apresentaram maior concentração de alcalinidade desde a parte oeste, até o norte do lago, onde há aporte de efluentes (Figura 5).

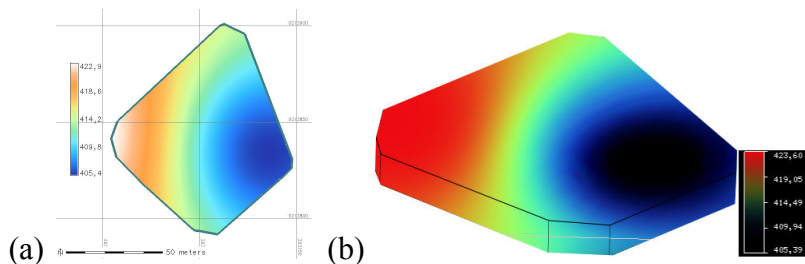


Figura 6. Seção do volume a 1 m de profundidade (a) e representação voxel (b) de valores preditos da condutividade no Lago na coleta de 29/02, com tensão 1 e suavização 0,5

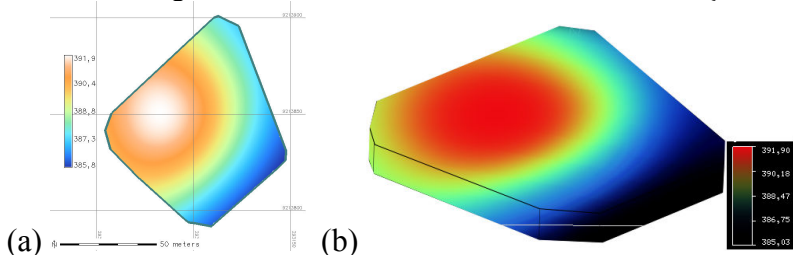


Figura 7. Seção do volume a 1 m de profundidade (a) e representação voxel (b) de valores preditos da condutividade no Lago na coleta de 23/03, com tensão 1 e suavização 0,5

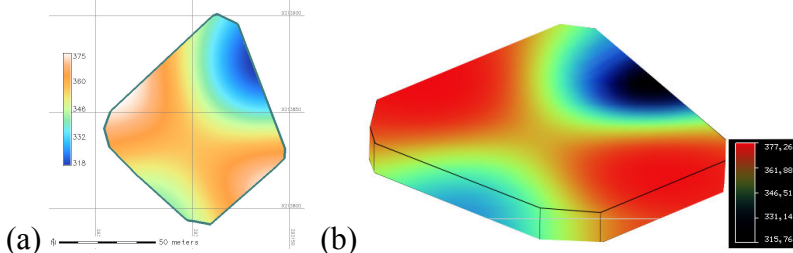


Figura 8. Seção do volume a 1 m de profundidade (a) e representação voxel (b) de valores preditos da condutividade no Lago na coleta de 17/04, com tensão 1 e suavização 0,1

Nas seções apresentadas, com tensão 1 e suavização 0,5, AIC 147.281 e R^2 0,699, os níveis de condutividade variaram de 405,4 μ S/cm e 422,9 μ S/cm. Parte da região leste do lago apresentou valores mais baixos, enquanto houve elevação na parte oeste, onde há aporte de efluentes (Figura 6). Na figura 7, referente a coleta de 23/03, com valores entre 385,8 μ S/cm a 391,9 μ S/cm. A seção obtida com tensão 1 e suavização 0,5, com AIC 128.825 e R^2 0,551. A condutividade apresentou concentração maior no centro do lago, intensificando-se em direção à oeste, e valores mais baixos à leste e sul. Nas seções do dia 17/04 (Figura 8), com AIC 158.202 e R^2 0,495, tensão 1 e suavização 0,1, os níveis de condutividade apresentaram as maiores concentrações na maior parte do lago, exceção da parte nordeste e pequena porção da parte sudoeste, os níveis de condutividade apresentaram valores preditos e observados, entre 318 μ S/cm e 375 μ S/cm, e níveis mais elevados praticamente em toda a extensão do lago.

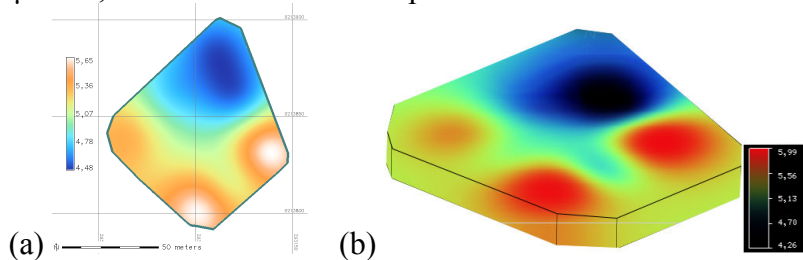


Figura 9. Seção do volume a 1 m de profundidade (a) e representação voxel (b) de valores preditos da turbidez no Lago na coleta de 29/02, com tensão 3 e suavização 0,1

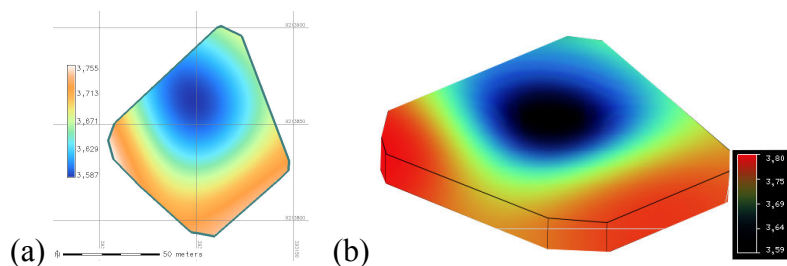


Figura 10. Seção do volume a 1 m de profundidade (a) e representação voxel (b) de valores preditos da turbidez no Lago na coleta de 23/03, com tensão 1 e suavização 0,5

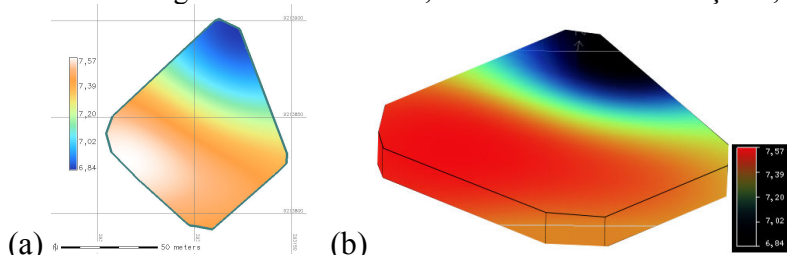


Figura 11. Seção do volume a 1 m de profundidade (a) e representação voxel (b) de valores preditos da turbidez no Lago na coleta de 17/04, com tensão 1 e suavização 0,5

Na coleta de 29/02, com AIC 41. 903 e R^2 0,509, as imagens não apresentaram superfície suavizada, portanto, foram estabelecidos, tensão 3 e suavização 0,1, como os segundos melhores valores de EQM 0,0002e R^2 0,504. Os índices de turbidez variaram de 4,48UNT a 5,65UNT com os valores mais baixos na parte norte, e os mais elevados, na parte sul, e partes leste e oeste (Figura 9). Na coleta de 23/03 (Figura 10), de tensão 1 e suavização 0,5, com AIC 10.475, EQM 0,0004, e R^2 0,312, observa-se, os valores de turbidez entre 3,587UNT e 3,755UNT. As maiores concentrações nas partes sul, leste e oeste do lago, e as menores, na porção norte. Nas seções de 17/04 (Figura 11), com AIC 26.634 e R^2 0,661, tensão 1 e suavização 0,5 os níveis mais elevados estiveram na parte sul do lago, intensificando-se em direção ao centro, leste e oeste, com valores observados e preditos entre 6,84UNT a 7,57UNT, sendo esta, a coleta onde os maiores valores foram observados.

Conclusões

Os valores preditos situaram-se na faixa dos observados, não extrapolando os valores obtidos nas análises laboratoriais, onde, a variabilidade espacial dos atributos seguiu, no geral, um padrão específico. Ressalta-se que não foi possível obter grande variação quanto aos valores preditos, já que o Lago apresenta variações de profundidade de no máximo 1,9m. A alcalinidade teve concentrações mais elevadas na primeira coleta, na região que recebe efluentes domésticos, e mais baixas na última. A condutividade teve níveis mais elevados na primeira coleta e mais baixos nas demais. A turbidez, teve valores baixos na segunda coleta, e elevados na última. A metodologia apresentou-se como ferramenta estratégica de monitoramento de corpos hídricos e estabelecimento de critérios de qualidade, ações de controle e prevenção para conservação da qualidade ambiental.

Referências Bibliográficas

Abramowitz, M.; Stegun, I. A. **Handbook of Mathematical Functions**. Dover: New York: 297-300, 1964. 228-231 p.

Akaike, H. **Implications of the informational point of view on the development of statistical science**. Engineering and Scientific Applications, 1974. vol. 3. 27-38 p.

Alves, E. D. L., Biudes, M. S., Vecchia, F. A. S. Interpolação espacial na climatologia: análise dos critérios que precedem sua aplicação. **Revista Geonorte, Edição Especial 2**, v.1, n.5, p.606 – 618, 2012. Disponível em: <<http://www.researchgate.net/...espacial...>>. Acesso em 20 de fevereiro de 2014.

Barbetta, P.A. et al., **Estatística para Cursos de Engenharia e Informática**. São Paulo: Atlas, 2004.

Bukata, R.P.; Jerome, J. H.; Kondratyev, K. Y.; Pozdnyakov, D.V. **Optical Properties and Remote Sensing of Inland and Coastal Waters**. Burlington, Ontario, Canadá. Environment Canadá, Aquatic Ecosystem Conservation Branch, National Water Research Institute. 1995. 362 p.

Cebecauer, T.; Hofierka, J.; Šúri, M. **Optimisation of Interpolation Parameters Using a Crossvalidation** In: Peckham R.J., Jordan G. (eds.) Digital Terrain Modelling, Development and Applications in a Policy Support Environment, Series: Lecture Notes in Geoinformation and Cartography, Springer, ISBN: 978-3-540-36730-7. 2007.

Emiliano, P. C. **Fundamentos e Aplicações dos Critérios de Informação: Akaike e Bayesiano**. Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG (Dissertação de Mestrado), 2009.

Funasa – Fundação Nacional de Saúde. **Manual Prático de Análise de Água**. 3. ed. Brasília, DF, 2009. 146 p.

ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **An introduction to applied geostatistics**. Oxford: Oxford University Press, 1989, 560p.

Leite, E. P. F.; Silva, J. S.; Gomes, G. S. Obtenção de modelo numérico do terreno de alta resolução utilizando o interpolador *Spline* com tensão regularizada. In: Congresso de Pesquisa e Inovação da Rede Norte Nordeste de Educação Tecnológica - CONNEPI 2007, João Pessoa-PB. v. cd-rom. p. 1-10.

Maia, J. L.; Mauad, F. F.; Albertin, L. L.; Barbosa, A. A. Uso de Geotecnologias para Análise Espacial da Qualidade da Água no Reservatório de Barra Bonita – SP. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, São Paulo, v.13, n.2 Abr/Jun ,141p-149p. 2008. Disponível em: <http://www.abrh.org.br/novo/revistas_rbrh.php> Acesso em: 07 de março de 2014.

Mitasova, H.; Mitas, L. **Interpolation by regularized Spline with tension: I. Theory and implementation**. In: **Mathematical Geology**, 1993. v25. 641–655 p.

Mitasova, H.; Mitas, L.; Brown, W. M.; Gerdes, D. P.; Kosinovsky, I.; Baker, T.: Modeling spatially and temporally distributed phenomena: New methods and tools for GRASS GIS. In: **International Journal of Geographical Information Systems**. 9(4), 433–446. Leicester. UK, 1995.

Moraes, P. B., **Tratamento Biológico de Efluentes Líquidos/ Tratamento Físico-Químico de Efluentes Líquidos**. Curso Superior de Tecnologia em Saneamento Ambiental, CESET/UNICAMP, 2008. Nota de Aula.

Nuvolari, A. et al. **Esgoto sanitário: coleta, transporte, tratamento e reuso agrícola**. Coordenação Ariovaldo Nuvolari – São Paulo: Editora Blucher, 2003.

Sárközy, F. **GIS functions – interpolation**. In: *Periodica polytechnica, Civil Engineering*. 1999, v. 43. n. 1, p. 63–87.

Talmi, A.; Gilat, G. Método de aproximação suave de dados. **Journal of Física Computacional**, 23, p.93-123, 1977.

Toledo, L. G.; Nicoletta G. Índice de qualidade de água em microbacia sob uso agrícola e urbano. São Paulo, SP, Brasil. **Scientia Agrícola**, v.59, n.1, p.181-186, 2002.

Von Sperling, M., **Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgotos**. Belo Horizonte, MG, Universidade Federal de Minas Gerais, Editora UFMG, 2005.

Wahba, G. **Spline models for observation data**. Society for Industrial and Applied Mathematics. 1990.