

## **Análise espaço-temporal conjunta do regime chuva-vazão e do NDVI usando ondeletas e expoente de Hurst na bacia do rio Piabanha/RJ**

Isela Vásquez<sup>1</sup>  
Lígia Maria Nascimento de Araujo<sup>1,2</sup>  
Daniel Medeiros Moreira<sup>1,3</sup>  
Otto Corrêa Rotunno Filho<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Programa de Engenharia Civil, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Caixa Postal 68540 - 21945-970 - Rio de Janeiro - RJ, Brasil  
iselavp@gmail.com  
ottorotunno@oi.com.br

<sup>2</sup> Agência Nacional de Águas  
Setor Policial, área 5, Quadra 3, Blocos "B", "L", "M" e "T". Brasília-DF CEP: 70610-200  
ligia.araujo@ana.gov.br

<sup>3</sup> CPRM - Serviço Geológico do Brasil  
Avenida Pasteur, 404 - Urca - Rio de Janeiro - RJ - Brasil - CEP: 22290-255  
daniel.moreira@cprm.gov.br

**Abstract.** Satellite based estimated precipitation (TRMM 3B42RT product) and biweekly vegetation index (NDVI -NOAA/AVHRR) series are compared to daily observed precipitation and flow from 2001 to 2003, using rescaled range analysis (R/S), Hurst exponent and wavelet transform analysis techniques. The studied area is a 411km<sup>2</sup> representative basin located in the mountainous Piabanha river basin in Petrópolis, state of Rio de Janeiro, Brasil. The results show coherence in temporal distribution among the compared variables leading to the conclusion that, at least in the studied region, remote sensing estimates of precipitation are adequate to reproduce the observed precipitation behavior and its impact with respect to vegetation density and flow rates. The areal estimates and point observed precipitation show very close temporal distribution specially for longer durations. NDVI data show persistency through the variation of Hurst exponent and fractal dimension values along the pixels.

**Palavras-chave:** precipitação por satélite, índice de vegetação, hidrologia; satellite precipitation, vegetation index, hydrology.

### **1. Introdução**

Eventos de chuvas intensas são recorrentes na região Serrana do estado do Rio de Janeiro (RSRJ). As chuvas têm início em setembro, estendendo-se até abril. O trimestre mais chuvoso na RSRJ é dezembro - janeiro - fevereiro, cuja precipitação somada constitui, em média, 45% do total anual médio, o que significa chover 900mm dos 2.000mm anuais. Nas regiões mais baixas, a pluviosidade do trimestre chega a 50% do total anual, 650mm dos 1.300mm. O trimestre mais seco compreende junho - julho - agosto, conforme CPRM (2011).

Neste trabalho é estudado o período de janeiro de 2001 a dezembro de 2003 em que ocorreram diversos eventos de chuvas na bacia do rio Piabanha, na região que compreende parte do município de Petrópolis até a localidade de Pedro do Rio, onde há uma estação pluvio-fluviométrica, limite da bacia representativa do projeto EIBEX I (COPPE, 2007). São avaliados conjuntamente os dados disponíveis de vazões observadas na estação Pedro do Rio - 58405000 (411km<sup>2</sup>), de chuvas observadas em três estações pluviométricas (2243010, 2243011 e 2243012), chuvas estimadas pelo satélite TRMM, relativas ao produto 3B42RT e correspondentes a um píxel de 0.25° x 0.25° (~27.8 x 27.8 km), e os dados estimados do índice normalizado de diferença de vegetação (NDVI) obtidos do satélite NOAA-AVHRR,

com píxel de tamanho 8km (Tucker *et al.* 2005), sendo 25 píxeis na área de estudo, para a primeira e segunda quinzenas de cada mês, correspondendo aos valores obtidos da relação entre os registros do canal 1 (vermelho) e canal 2 (infravermelho) conforme a expressão:

$$NDVI = (\text{canal 2} - \text{canal 1}) / (\text{canal 2} + \text{canal 1}) \quad (1)$$

Seus valores variam de -1 a +1 indicando maior densidade de vegetação para os valores mais altos. Nos dados trabalhados, os valores dos píxeis encontram-se multiplicados por 10.000, resultando valores inteiros.

A Figura 1 apresenta a localização das estações e píxeis TRMM e NDVI utilizados na análise do período de 2001 a 2003 na bacia do rio Piabanha até Pedro do Rio, além do mapeamento do uso do solo quanto à ocupação urbana.

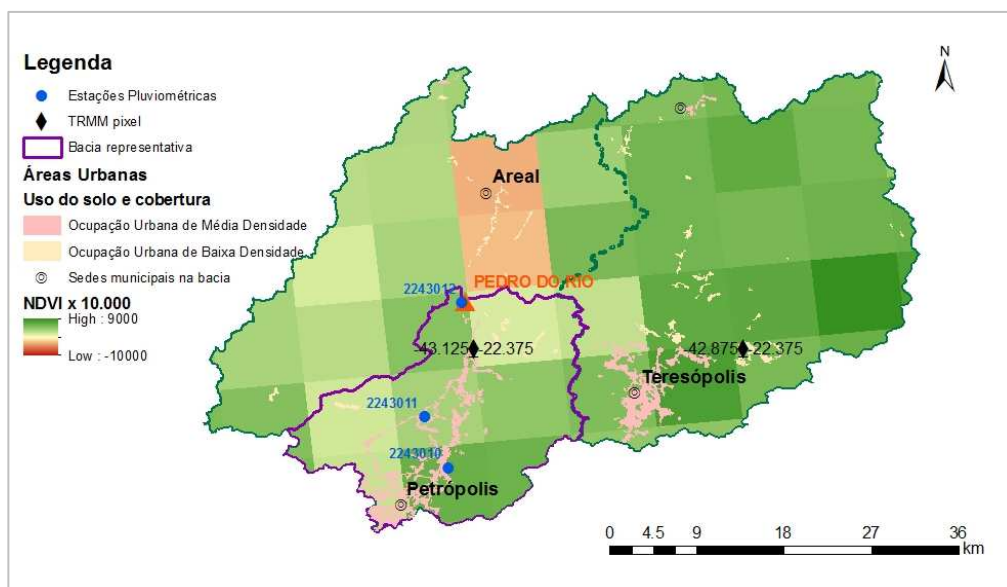


Figura 1. Localização das estações e píxeis estudados - NDVI em janeiro de 2002

O maior valor de vazão observada em Pedro do Rio (172m<sup>3</sup>/s) no período estudado aconteceu no dia 24/12/2001, conforme se pode ver na Figura 2.

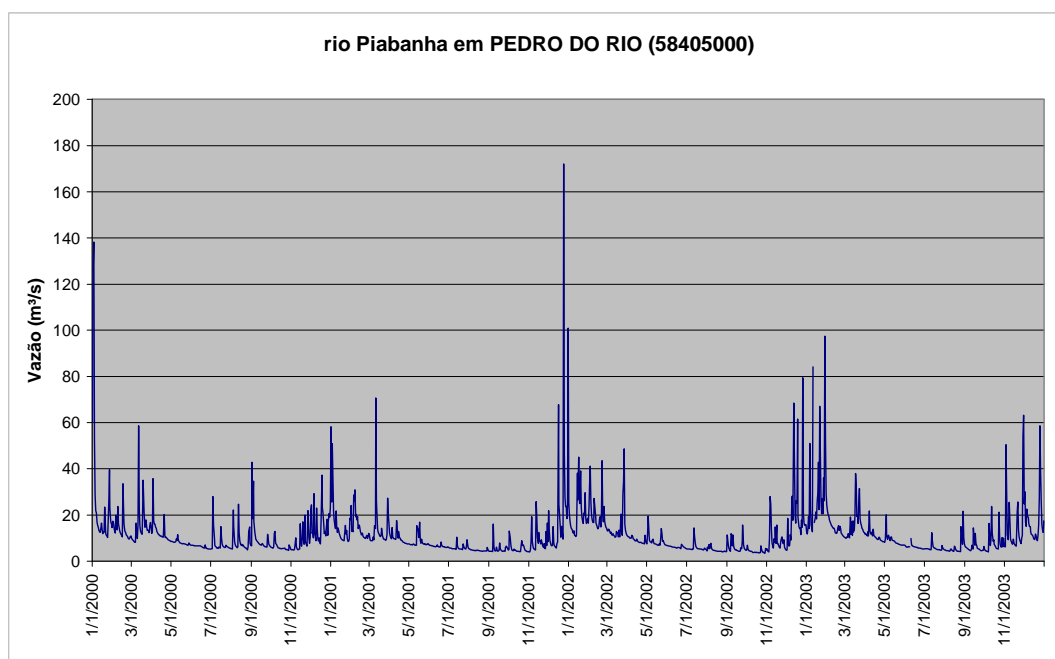


Figura 2. Vazões observadas em Pedro do Rio, rio Piabanha em Petrópolis/RJ.

## 2. Metodologia de Trabalho

Foram analisados, em conjunto, os dados pluviométricos observados e as vazões em Pedro do Rio, por meio de regressão linear simples e múltipla, tendo a vazão como variável dependente. Em seguida, foi adotada a metodologia de análise de multiresolução (MRA) - ondeleta Haar (Haar, 1910), aplicada às chuvas observadas nas duas estações mais próximas a Pedro do Rio, aos valores diários estimados pelo TRMM, no píxel centrado em (-43,125; -22,3765), às vazões em Pedro do Rio, e aos dados NDVI, com a finalidade de validar os dados de sensoriamento remoto e, ao mesmo tempo, avaliar a representatividade da rede hidrometeorológica existente à ocasião. Foi empregada a análise de amplitude reescalada (R/S), com a determinação do expoente de Hurst e da dimensão fractal das séries dos diversos píxeis NDVI.

### 2.1 Transformada de ondeletas contínuas (*wavelet transform*)

A transformada de ondeletas pode ser considerada uma técnica de transformação de um sinal no domínio do tempo para um domínio chamado tempo escala, definindo as diferentes componentes do espectro de frequência do sinal. A técnica consiste na expansão do sinal por uma decomposição linear usada como base para um conjunto de funções denominadas ondeletas, que surgem a partir de uma função "ondeleta mãe", Daubechies (1990), que atua como um protótipo para gerar funções bases ("janelas") cujas larguras variam à medida que se calcula a transformada com a expressão:

$$\psi_{t,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (2)$$

onde " $\tau$ " (translação) é um parâmetro relacionado com a localização da janela à medida que esta se desloca através do sinal, correspondente à informação do tempo no domínio transformado. A escala " $s$ " é um parâmetro relacionado com a informação da frequência do sinal, correspondente para cada escala a uma determinada banda de frequências e define a largura da janela. Na prática, a ondeleta mãe não pode ser uma função contínua, uma vez que se devem eleger valores discretos  $(j, k)$  para os parâmetros  $(s, \tau)$ ; isto conduz ao emprego da transformada de ondeleta discreta (TWD) que resulta muito eficiente na análise multiresolução (MRA).

A decomposição das funções ou sinal, para cada uma das séries diárias, em uma progressão de aproximações e detalhes sucessivos nas diferentes escalas de tempo  $2^j$ , para  $j$  variando de 1 a 6 dias e  $\Delta t = 1$  dia, sendo D1 = 2 dias, D2 = 4 dias, D3 = 8 dias, D4 = 16 dias, D5 = 32 dias e D6 = 64 dias, é mostrada nas Figuras 3 e 4.

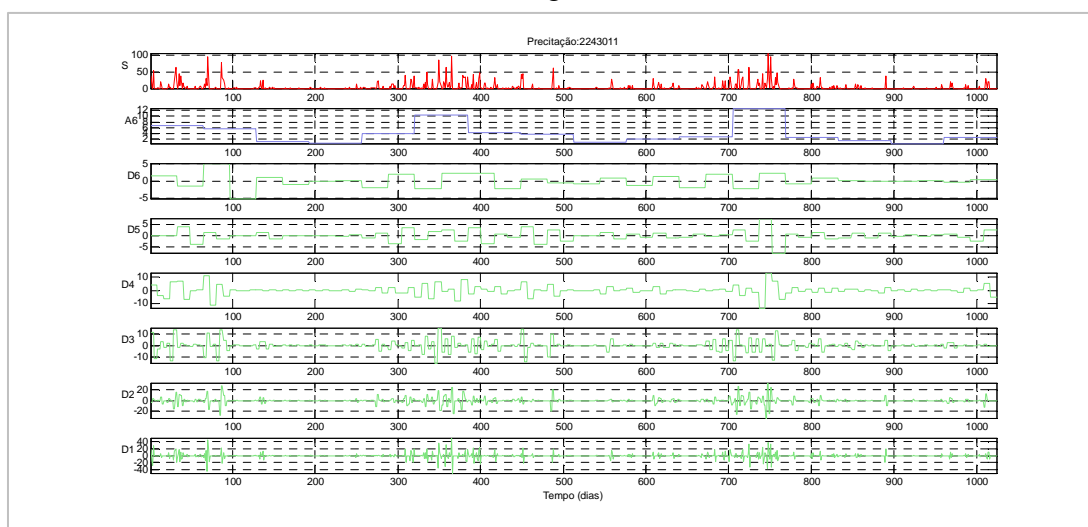


Figura 3. Sinal real, aproximação e detalhes da série de precipitação diária em 2243011

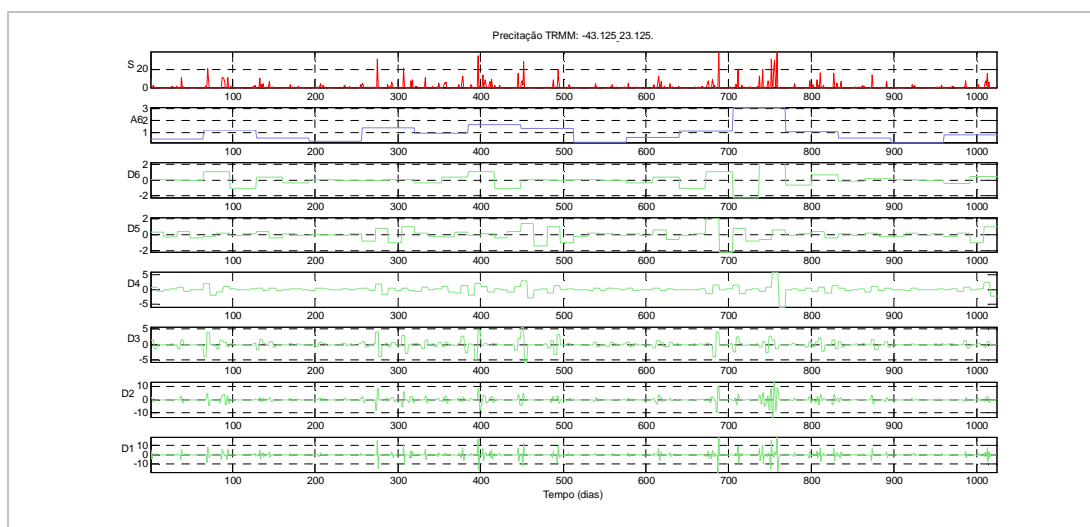


Figura 4. Sinal real, aproximação e detalhes da série de precipitação diária do TRMM

Essa metodologia também foi aplicada às séries de dois píxeis NDVI com centros em (-43,151; -22,501) e (-43,159; -22,431), para comparação com a precipitação em 2243011 e 2243010, respectivamente.

Na visualização da variação do NDVI na área da bacia representativa, ao longo do período estudado, verifica-se um contraste entre o período imediatamente após a estiagem e o que vem após as chuvas, como mostra a Figura 5. No entanto, ao longo do período chuvoso, de setembro a março, variações do NDVI também são percebidas.

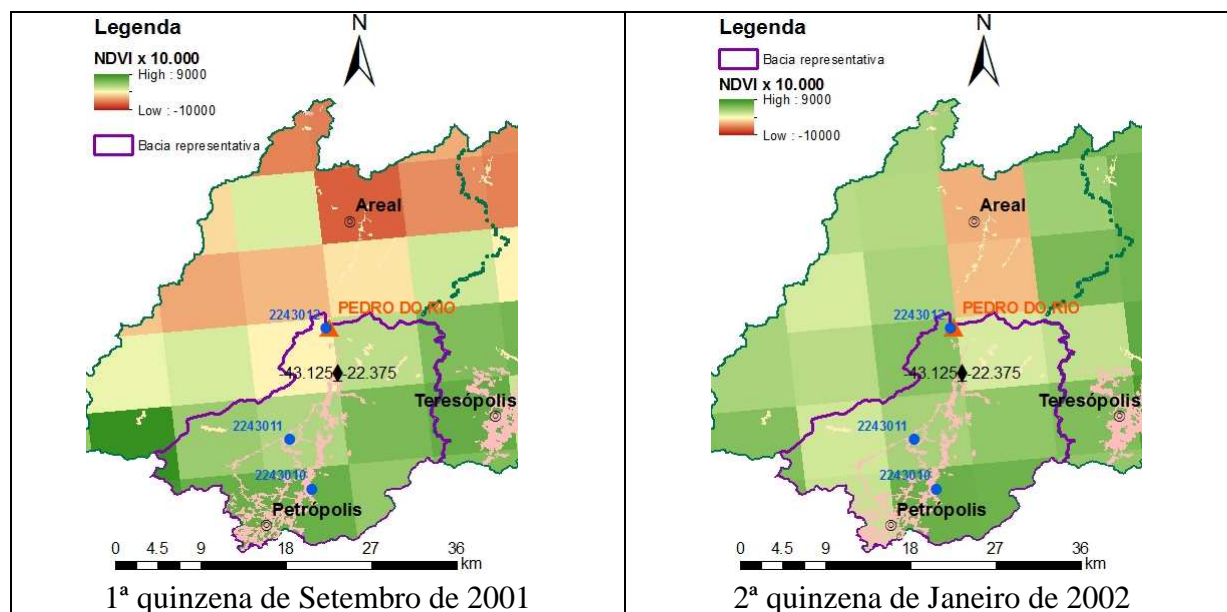


Figura 5. Contraste entre o NDVI ao fim da estiagem e após as chuvas intensas na bacia

## 2.2 Análise da variação temporal do NDVI com R/S, expoente de Hurst e dimensão fractal

Para caracterizar a variação temporal em cada píxel do NDVI, entre 2001 e 2003, foi empregado o método de R/S para o cálculo do expoente de Hurst, utilizando rotinas desenvolvidas pelos autores para o MATLAB R2012a. A análise R/S introduzida por Hurst (1951,1956) é a técnica mais usada para determinar a dimensão fractal de uma série temporal. A estatística R/S é o quociente entre a amplitude das somas parciais dos desvios das médias e

o desvio padrão de uma série temporal. Para um vetor  $X(t)$  que contém  $T$  observações, espaçadas uniformemente no tempo, desde  $t=1$  até  $t=T$ , define-se  $X^*(t)$  como

$$X^*(t) = \sum_{u=1}^t x(u) \tag{3}$$

com variância amostral para  $s$  observações dada por

$$S^2 = S^{-1} \sum_{u=t+1}^{t+s} X^2(u) - \left[ S^{-1} \sum_{u=t+1}^{t+s} X(u) \right]^2 \tag{4}$$

$$R(t,s) = \max_{0 < u < s} \left\{ X^*(t+u) - X^*(t) - \frac{u}{s} [X^*(t+s) - X^*(t)] \right\} - \min_{0 < u < s} \left\{ X^*(t+u) - X^*(t) - \frac{u}{s} [X^*(t+s) - X^*(t)] \right\} \tag{5}$$

O cálculo da amplitude reescalada é realizado por

$$R/S = R(t,s) / S(t,s) \tag{6}$$

Para a determinação do expoente de Hurst, estima-se mediante a relação

$$R/S \sim (\text{lag})^H \tag{7}$$

de forma que  $lag$  é um dado período de tempo e  $H$  é o chamado expoente de Hurst. Em geral, o expoente de Hurst tem valores variando na faixa  $0 \leq H \leq 1$  e se relaciona com a dimensão fractal a partir de  $D = 2 - H$ , o que implica a dimensão fractal  $D$  variar no intervalo  $1,0 < D < 1,5$ . Mandelbrot e Wallis (1969) indicam que  $R/S$  permite deduzir que muitos fenômenos naturais não são processos aleatórios independentes, mas sim têm correlação de longo prazo significativa.

### 3. Resultados e Discussão

Da análise conjunta da precipitação observada nas estações 2243010, 2243011 e 2243012 e das vazões em Pedro do Rio, verifica-se que a precipitação em 2243011 é a que apresenta melhor correlação com as vazões, seja para o período total de 01/01/2001 a 11/01/2003 ou para o mais chuvoso de 13/12/2001 a 31/12/2001, pela simples comparação do coeficiente de correlação. Essa constatação é confirmada com a análise multiresolução das ondeletas, das duas estações de precipitação 2243011 e 2243012 com as vazões em Pedro do Rio. Os resultados sintetizados em gráficos de dispersão (*boxplots*) permitem comparar os dados estimados pelo TRMM na quadrícula centrada em (-43,125; -22,375) com os dados observados em 2243011 e 2243012 e com o comportamento das vazões em Pedro do Rio, conforme as Figuras 6 a 8.

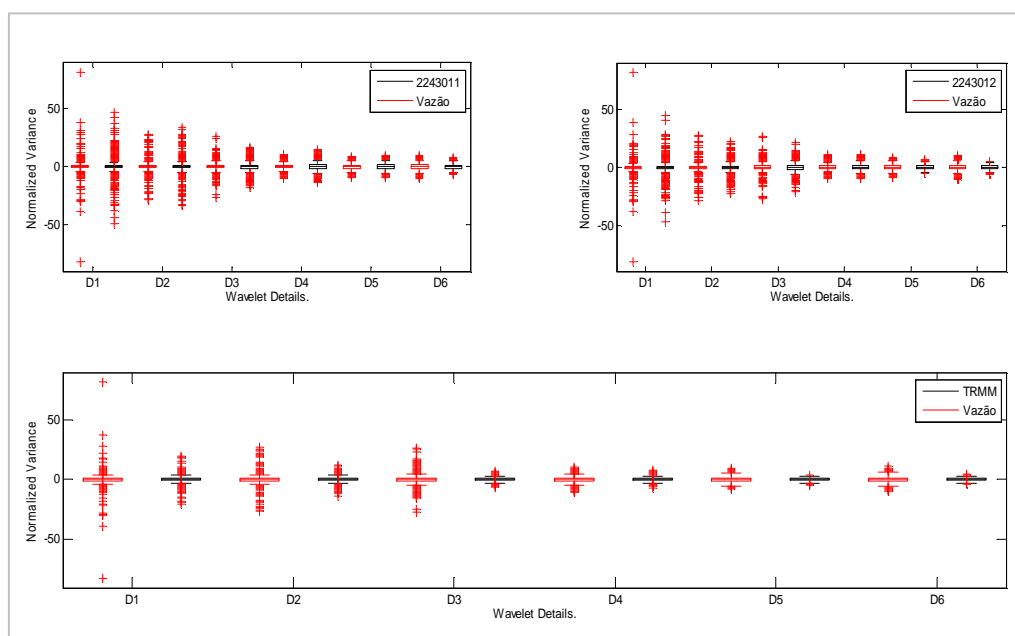


Figura 6. Comparação entre precipitação e vazões

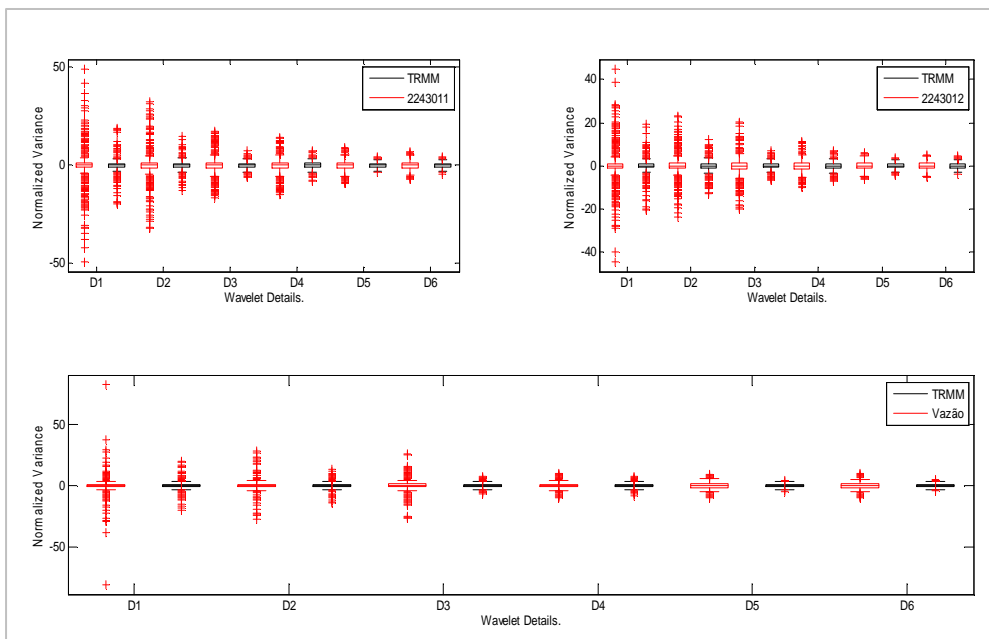


Figura 7. Comparação entre precipitação observada, estimada pelo TRMM e vazões

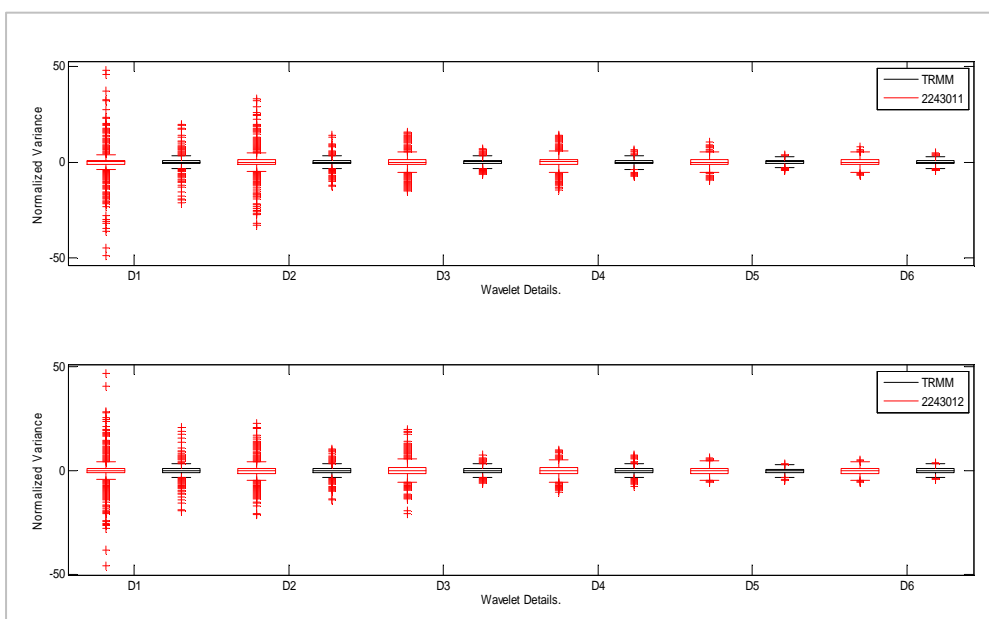


Figura 8. Comparação entre precipitação observada e estimada pelo TRMM

A variabilidade temporal é representada para cada detalhe, que pode ser entendido como a duração da precipitação e da vazão para os mesmos períodos, de D1=4 dias, D2=8 dias, D3=16, D4=32 dias e D5= 64 dias.

Pôde-se verificar que a série de NDVI tem comportamento temporal de um processo persistente ou correlacionado, em que um período de crescimento é seguido de outro análogo, apresentando aspecto suave, pois o expoente de Hurst encontra-se no intervalo  $0.5 < H \leq 1$ . Uma série persistente é caracterizada por efeito de memória de longo prazo, significando que, em futuro próximo, tem comportamento similar, com comportamento cíclico de longo prazo, assim como indica a dimensão fractal  $D < 1,5$  em toda a bacia representativa, conforme apresentado na Figura 9.

No entanto, segundo Ashutosh et al. (2007) e Sergei et al. (2003), séries curtas, com menos de 500 pontos, podem levar à determinação de valores incorretos do expoente de Hurst

e, portanto, a interpretações errôneas. Na análise empreendida foram considerados apenas 72 pontos, valores quinzenais de NDVI no período de 2001 a 2003.

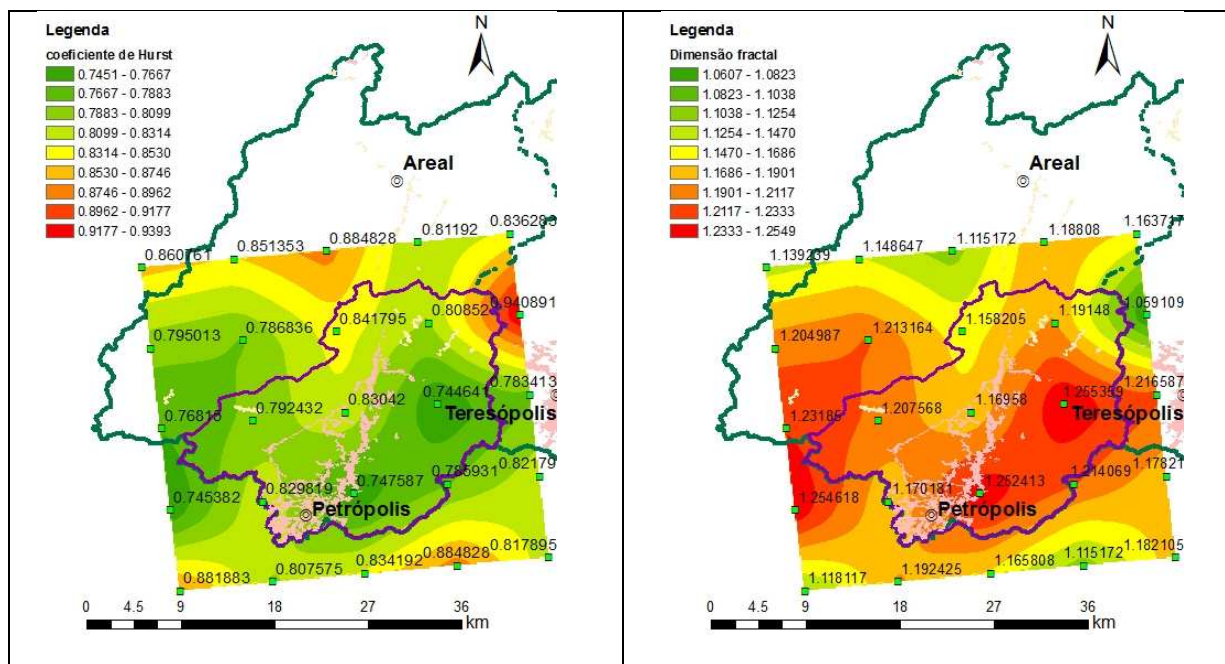


Figura 9. Expoente de Hurst (esquerda) e dimensão fractal da variável (direita) da variável NDVI de 2001 a 2003.

O NDVI e a precipitação apresentam a mesma variabilidade temporal, conforme mostram os resultados das transformadas de ondeletas e MRA das séries totalizadas e normalizadas de precipitação a cada quinzena das estações 2243011 e 2243010, em conjunto com o obtido para as séries de NDVI dos píxeis com centros em (-43,151; -22,501) e (-43,159; -22,431), apresentados na Figura 10, para os intervalos de tempo D1 = 1 mês, D2 = 4 meses e D3 = 8 meses, considerando o  $\Delta t = 15$  dias da série original.

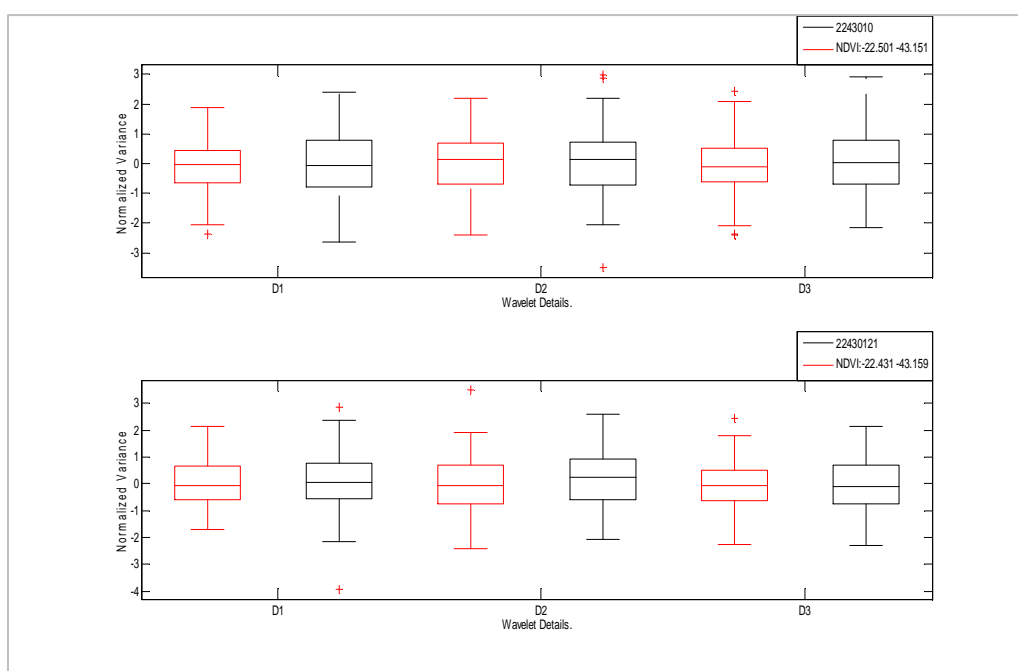


Figura 10. Comparação da precipitação observada com o NDVI

#### 4. Conclusões

Os dados de precipitação estimada pelo satélite TRMM, relativos ao produto 3B42RT, com píxel de  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ , e o índice normalizado de diferença de vegetação (NDVI) obtidos do satélite NOAA-AVHRR, com píxel de tamanho 8km, apresentam uma boa consistência com os dados observados de precipitação e vazão na bacia representativa do Piabanha, como se verifica na avaliação conjunta das ondeletas, comparando-se a variabilidade temporal das diversas séries - precipitação observada nas estações com aquela estimada pelo TRMM, com a vazão em Pedro do Rio e com o NDVI. O píxel do TRMM central na bacia representa bem a precipitação média, o que pode ser verificado na comparação da variabilidade temporal dessa série com a da série de vazões em Pedro do Rio. Os valores de NDVI acompanham a variabilidade da precipitação e apresentam comportamento persistente, conforme indicam os valores do expoente de Hurst. Dado que a série de NDVI estudada é pouco extensa, recomenda-se aplicar a metodologia a uma série mais longa de dados do NDVI.

#### Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte da FAPERJ pelo apoio financeiro através dos projetos FAPERJ – Processo E-26/103.116/2011 (2012-2014) e FAPERJ –Pensa Rio – Edital 19/2011 (2012-2014) – E26/110.753/2012 bem como agradecimentos extensivos são dirigidos ao CNPq Edital Universal No. 14/2013 – Processo 485136/2013-9 bem como à Secretaria de Educação Superior (SESu) – Ministério da Educação (MEC) - FNDE – Programa de Educação Tutorial - PET CIVIL UFRJ, a CPRM, ANA, EMBRAPA, CEPEL, ONS e INMET, pelo contínuo suporte à pesquisa científica no Brasil e pelo fornecimento de dados, e ainda ao INPE, à ESA, à NASA e à NOAA, pelo fornecimento de imagens de sensoriamento remoto.

#### Referências Bibliográficas

Araujo, L. M. N., Morais, A., Villas Boas, M. D., Fernandes, N. F., Moreira, D. M., Santos, S. C., Barros, P. S. T., Negreiros, A. B., Rotunno Filho, O. C., Araújo, A. A. M., Prodanoff, J. H. A., Mascarenhas, F. C. B. Estudos Integrados de Bacias Experimentais Parametrização Hidrológica na Gestão de Recursos Hídricos da Bacia do Rio Piabanha. In XVII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 11., 2007, São Paulo. **Anais** . 1 CD-ROM.

Ashutosh, C., Abhey, R. B., Dimri V. P. Wavelet and rescaled range approach for the Hurst coefficient for short and long time series, **Computers & Geosciences**, v.33, p. 83-93, 2007.

CPRM. Projeto Atlas Pluviométrico do Brasil: SIG Altas, 2011. Disponível em: <www.cprm.gov.br>. Acesso em: 2 abr. 2013.

Daubechies I. **Ten Lectures on Wavelets**, SIAM: Philadelphia, PA, 1992.

Haar, A. "Zur theorie der orthogonalen funktionensysteme" **Math. Ann.**, v. 69, p. 331– 371, 1910

Hurst HE. Long-term storage capacity of reservoirs. **Trans. Am. Soc. Civil Eng.** v.116, p. 770- 880., 1951

Hurst HE. Methods of using long-term storage in reservoirs. Part 1. **Proc. Inst. Civ. Eng.** Part I. 519 pp., 1956

Mandelbrot BB, Wallis JR Some long-run properties of geophysical records. **Water Resources Res.** v.5: p. 321-340, 1969

Sergei, K. L'Heureux, I. Are Hurst exponents estimated from short or irregular time series meaningful? **Computers & Geosciences**, v.29, p. 1085-1089, 2003.

Tucker, C. J., Pinzon, J. E., Brownm. E., Slayback, D. A., Pak, E. W., Mahoney, R., Vermote, E. F., El Saleous N. An extended AVHRR 8-km NDVI dataset compatible with MODIS and SPOT vegetation NDVI data. **International Journal of Remote Sensing.** v. 26, n. 20, p. 4485–4498, 2005.